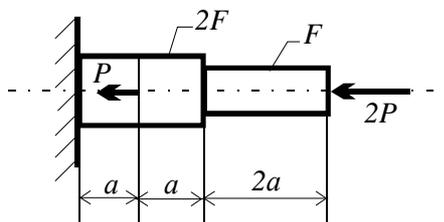


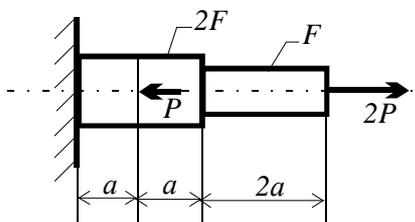
Билет №1.

Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .



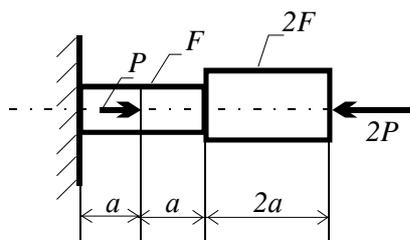
Билет №2.

Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .



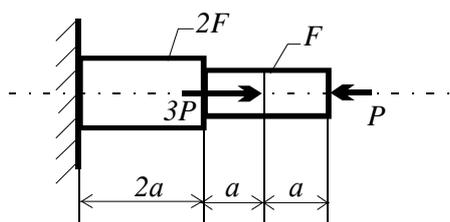
Билет №3.

Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

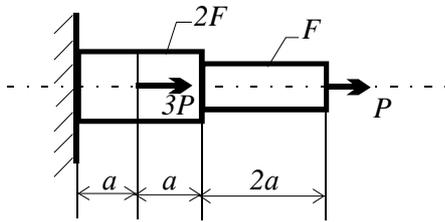


Билет №4.

Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

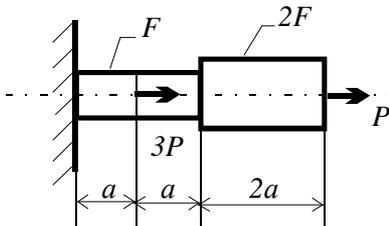


Билет №5.



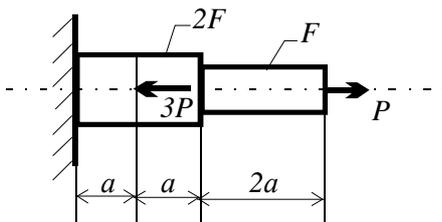
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №6.



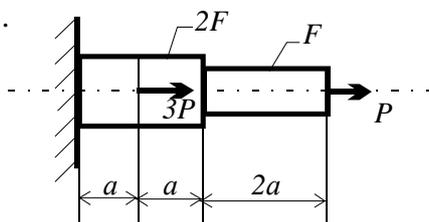
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №7.



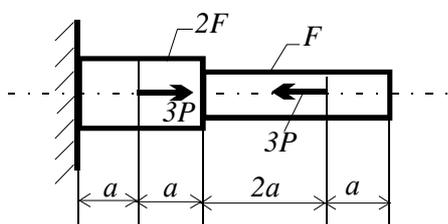
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №8.



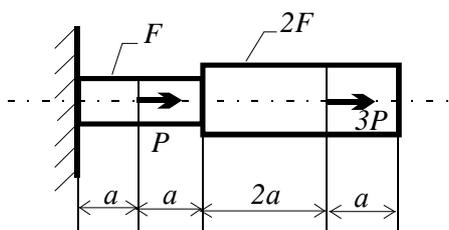
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №9.



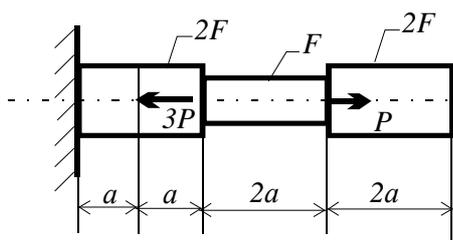
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №10.



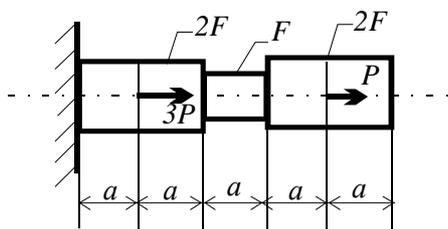
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №11.



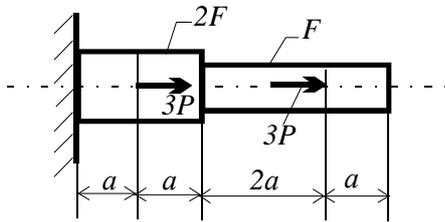
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №12.



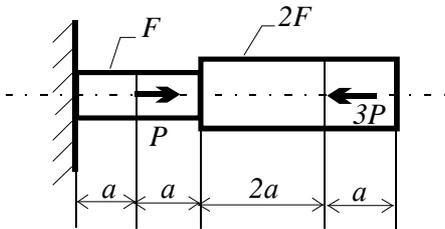
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №13.



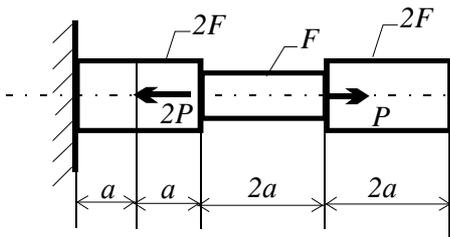
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №14.



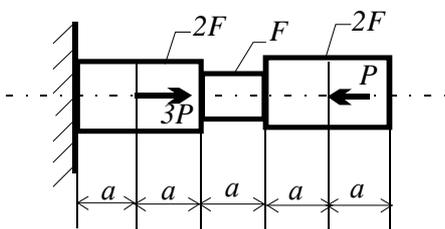
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №15.



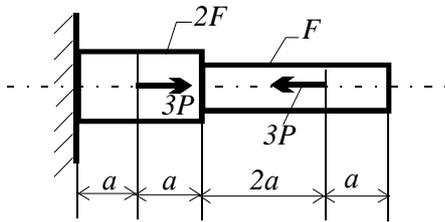
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №16.



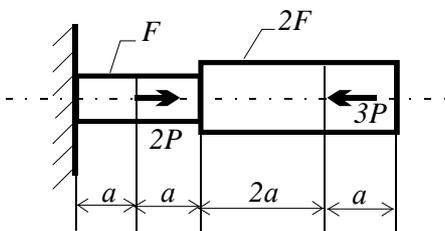
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №17.



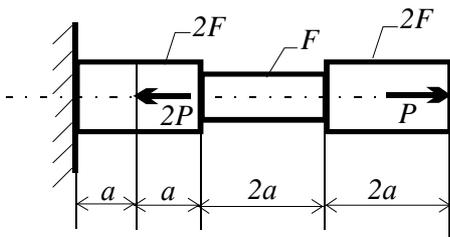
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №18.



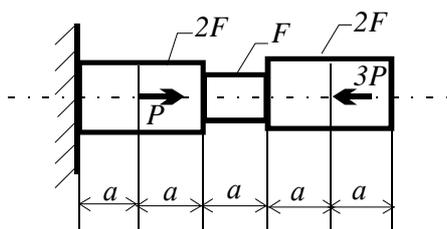
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №19.



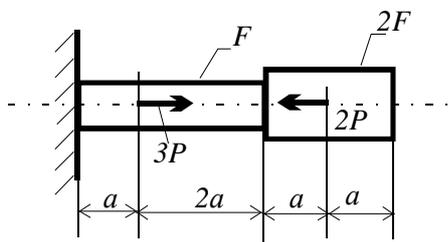
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №20.



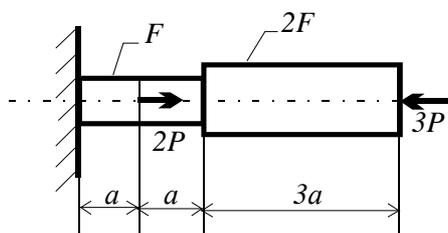
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №21.



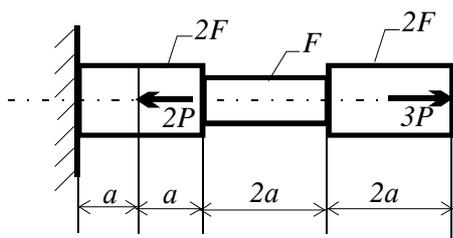
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет № 22



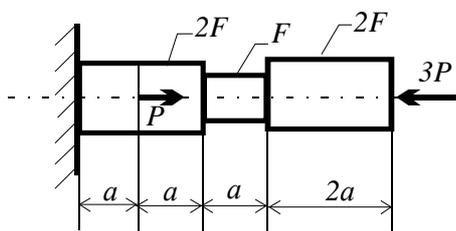
Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

Билет №23.



Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

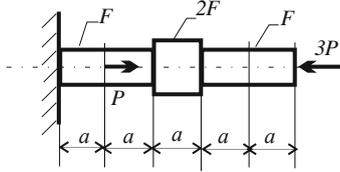
Билет №24.



Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100$  МПа; нагрузка  $P = 10$  кН, длины участков стержня  $a = 0,1$  м. Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .

## Задача на растяжение-сжатие

Задан статически определимый стержень, работающий на растяжение-сжатие. Материал стержня – сталь, модуль упругости первого рода  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ , допускаемые напряжения принять равными  $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ ; нагрузка  $P = 10 \text{ кН}$ , длины участков стержня  $a = 0,1 \text{ м}$ . Подобрать площадь поперечного сечения  $F$ , определить полное удлинение стержня  $\Delta l$ . Построить эпюры продольных сил  $N$ , нормальных напряжений  $\sigma$ , перемещений сечений стержня  $\Delta$ .



### Решение

Определим продольные силы на каждом участке нагружения, пользуясь методом сечений.

I участок:  $0 \leq z \leq 2a$

$$N_1 = -3P,$$

II участок:  $2a \leq z \leq 3a$

$$N_2 = -3P,$$

III участок:  $3a \leq z \leq 4a$

$$N_3 = -3P,$$

IV участок:  $4a \leq z \leq 5a$

$$N_4 = -3P + P = -2P,$$

Нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{-3P}{F}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{-3P}{2F} = -1,5 \frac{P}{F}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{-3P}{F}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{F_4} = \frac{-2P}{F}$$

Опасным участком, т.е. участком на котором возникают максимальные напряжения, являются первый и третий участки нагружения. Составим условие прочности для опасного участка:

$$\sigma_{max} = |\sigma_{1,3}| = 3 \frac{P}{F} \leq [\sigma]$$

Определим площадь сечения из условия прочности:

$$F \geq \frac{3P}{[\sigma]} = \frac{30000 \text{ Н}}{100 \cdot 10^6 \text{ Па}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 3 \text{ см}^2$$

Нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{-3P}{F} = \frac{-30000}{3 \cdot 10^{-4}} \text{ Па} = -100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = -1,5 \frac{P}{F} = \frac{-15000}{3 \cdot 10^{-4}} \text{ Па} = -50 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{-3P}{F} = \frac{-30000}{3 \cdot 10^{-4}} \text{ Па} = -100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{F_4} = \frac{-2P}{F} = \frac{-20000}{3 \cdot 10^{-4}} \text{ Па} = -66,7 \text{ МПа}$$

Абсолютные удлинения участков стержня:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E F_1} = \frac{\sigma_1 l_1}{E} = \frac{-3P \cdot 2a}{EF} = -6 \frac{Pa}{EF}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E F_2} = \frac{\sigma_2 l_2}{E} = \frac{-1,5P \cdot a}{EF} = -1,5 \frac{Pa}{EF}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{E F_3} = \frac{\sigma_3 l_3}{E} = \frac{-3P \cdot a}{EF} = -3 \frac{Pa}{EF}$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_4 l_4}{E F_4} = \frac{\sigma_4 l_4}{E} = \frac{-2P \cdot a}{EF} = -2 \frac{Pa}{EF}$$

Определим абсолютное удлинение бруса, как сумму удлинения участков:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = -12,5 \frac{Pa}{EF} = \frac{-12,5 \cdot 10000 \cdot 0,1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = -0,208 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -0,208 \text{ мм}$$

Определим продольные перемещения поперечных сечений, совпадающих с границами участков нагружения:

$$\text{сечение } A \text{ (жесткая заделка): } \Delta_A = 0;$$

$$\text{сечение } B: \Delta_B = \Delta_A + \Delta l_4 = -2 \frac{Pa}{EF};$$

$$\text{сечение } C: \Delta_C = \Delta_B + \Delta l_3 = -5 \frac{Pa}{EF};$$

$$\text{сечение } D: \Delta_D = \Delta_C + \Delta l_2 = -6,5 \frac{Pa}{EF};$$

$$\text{сечение } E: \Delta_E = \Delta_D + \Delta l_1 = -12,5 \frac{Pa}{EF}$$

